**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**

**ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)**

**Кафедра МО ЭВМ**

**ОТЧЕТ**

**по лабораторной работе №3**

**по дисциплине «Методы оптимизации»**

**Тема: Решение прямой и двойственной задач**

| Студент гр. 1303 |  | Чубан Д.В. |
| --- | --- | --- |
| Преподаватель |  | Мальцева Н.В. |

Санкт-Петербург

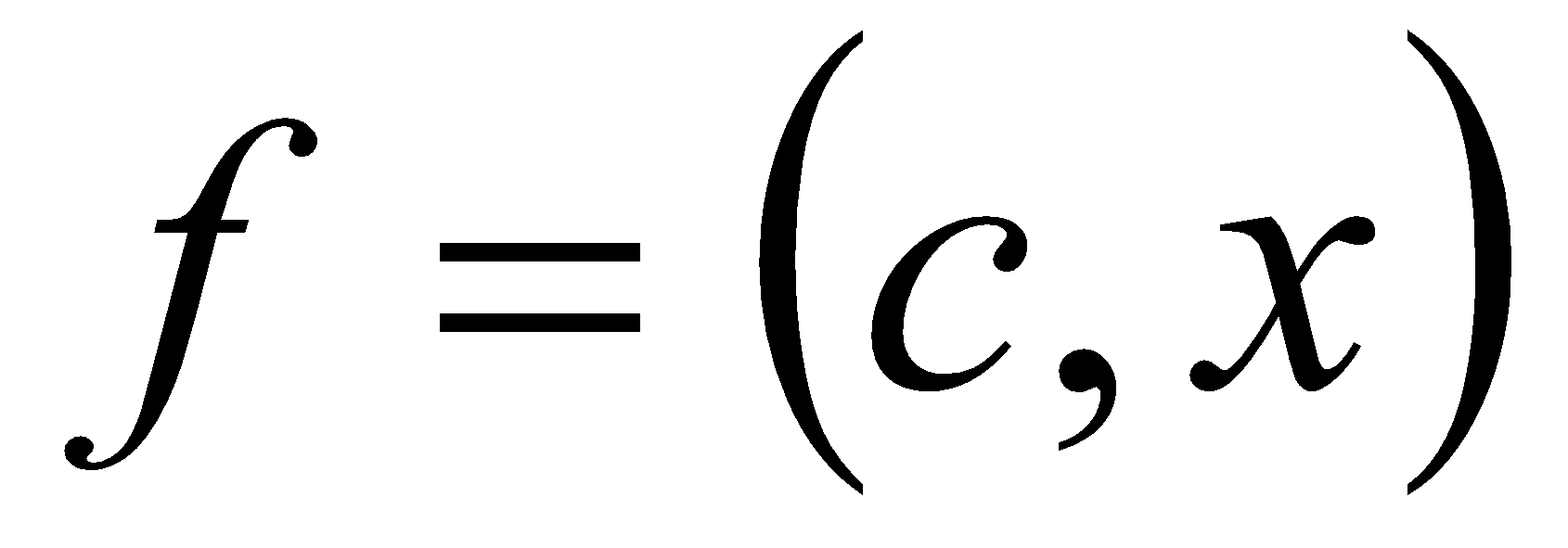
2024

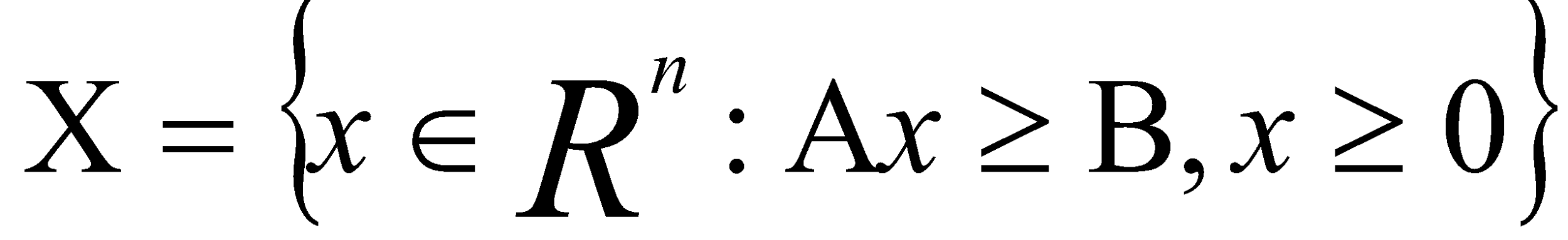
## **Цели работы.**

1. Постановка задачи линейного программирования и её решение с помощью стандартной программы.
2. Исследование прямой и двойственной задачи

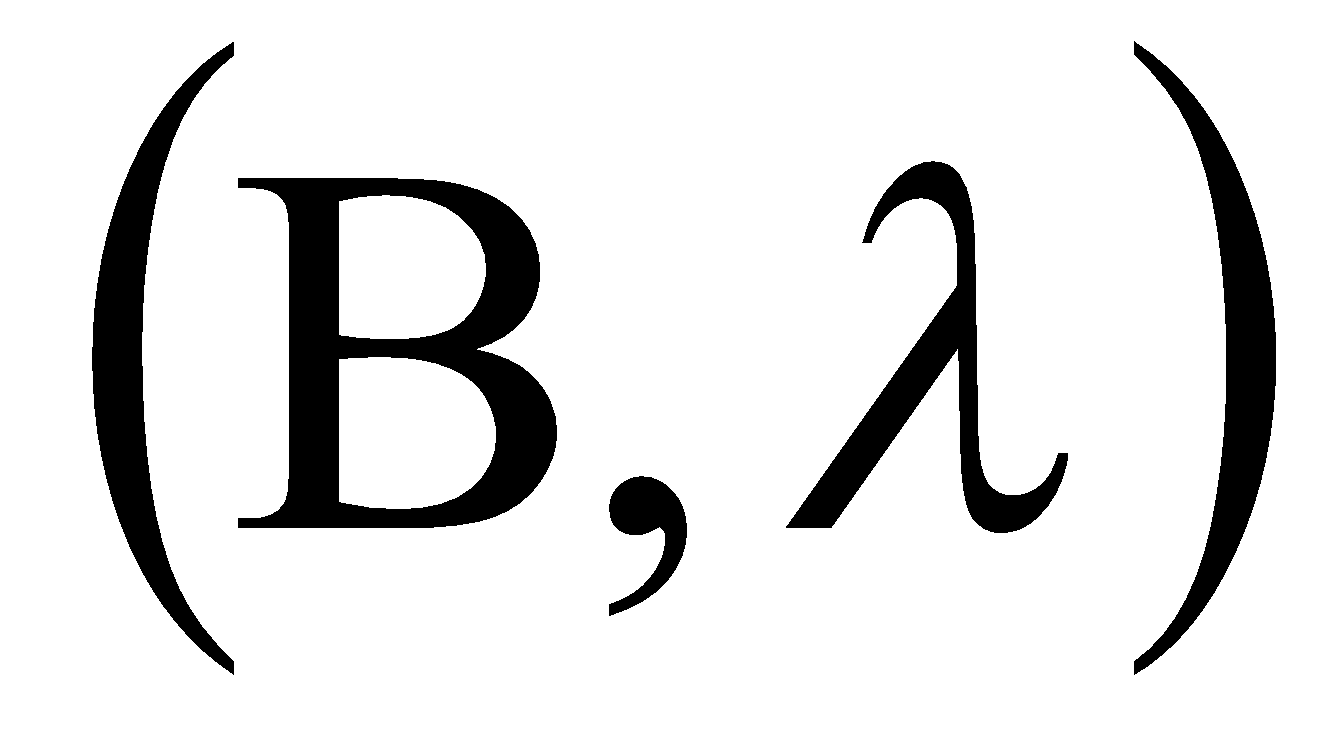
**Содержательная постановка задачи.**

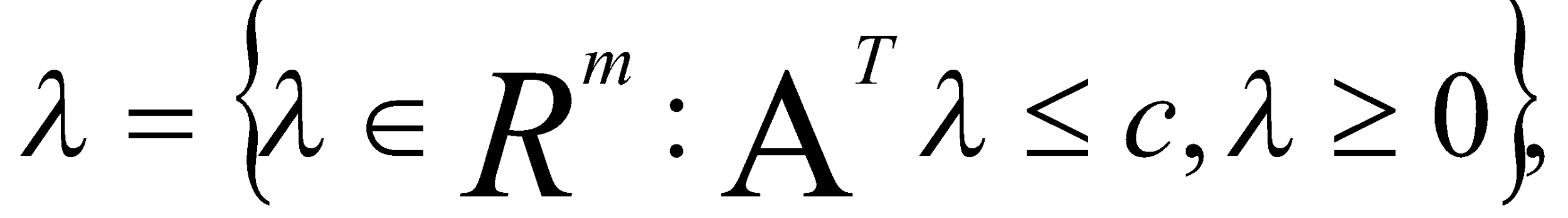
Если исходная задача линейного программирования представлена в виде:

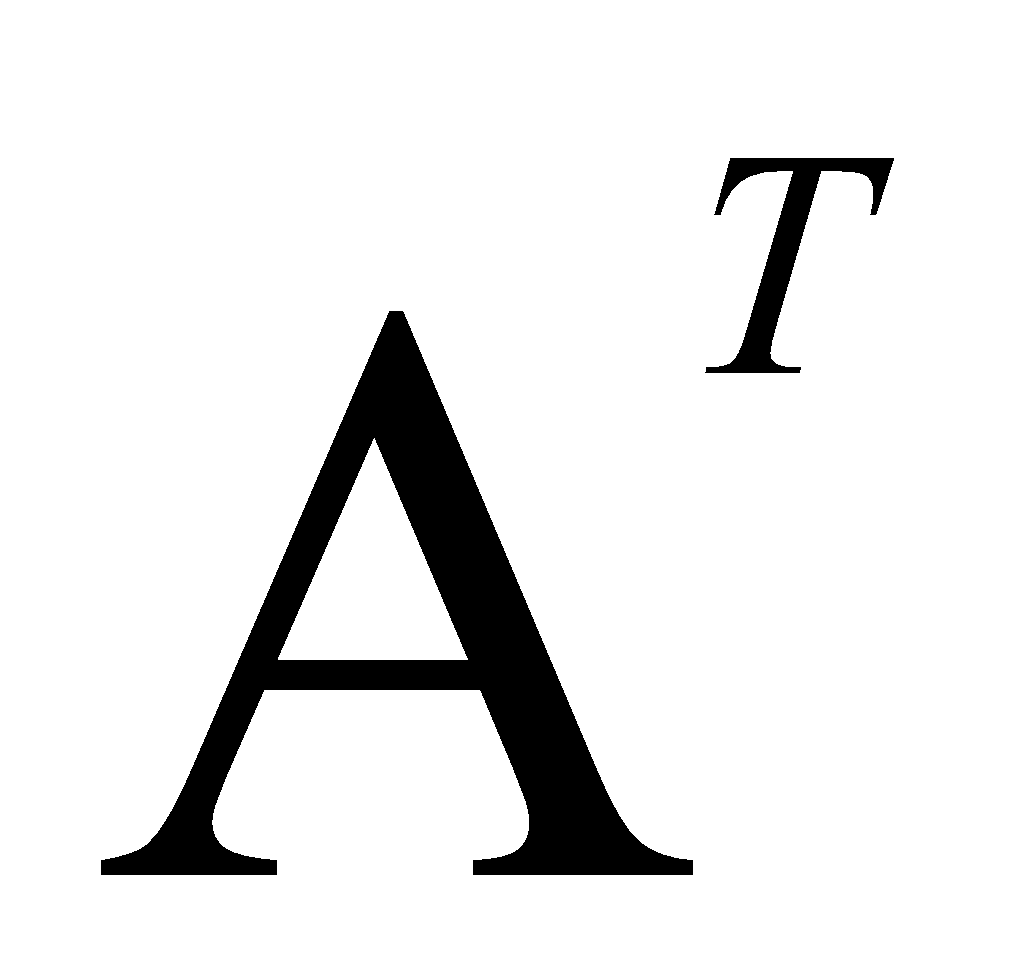
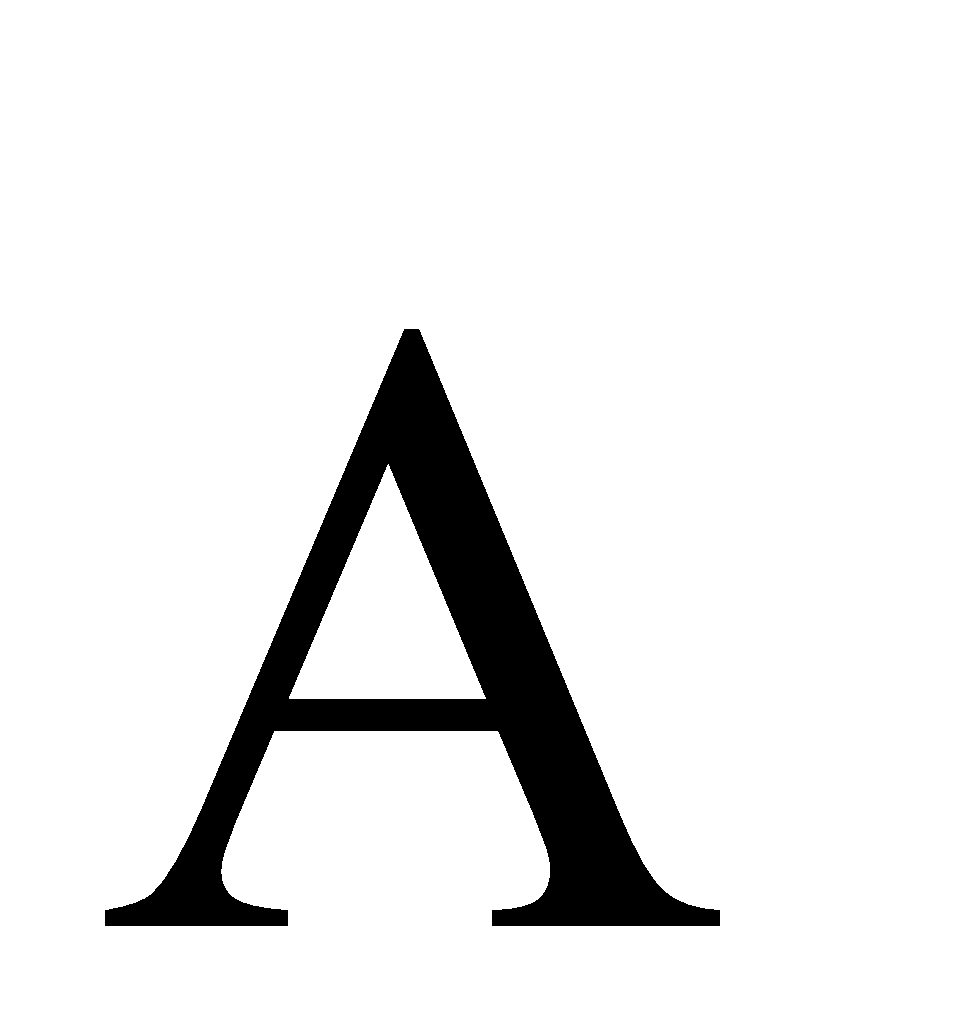
найти минимум функции  на множестве

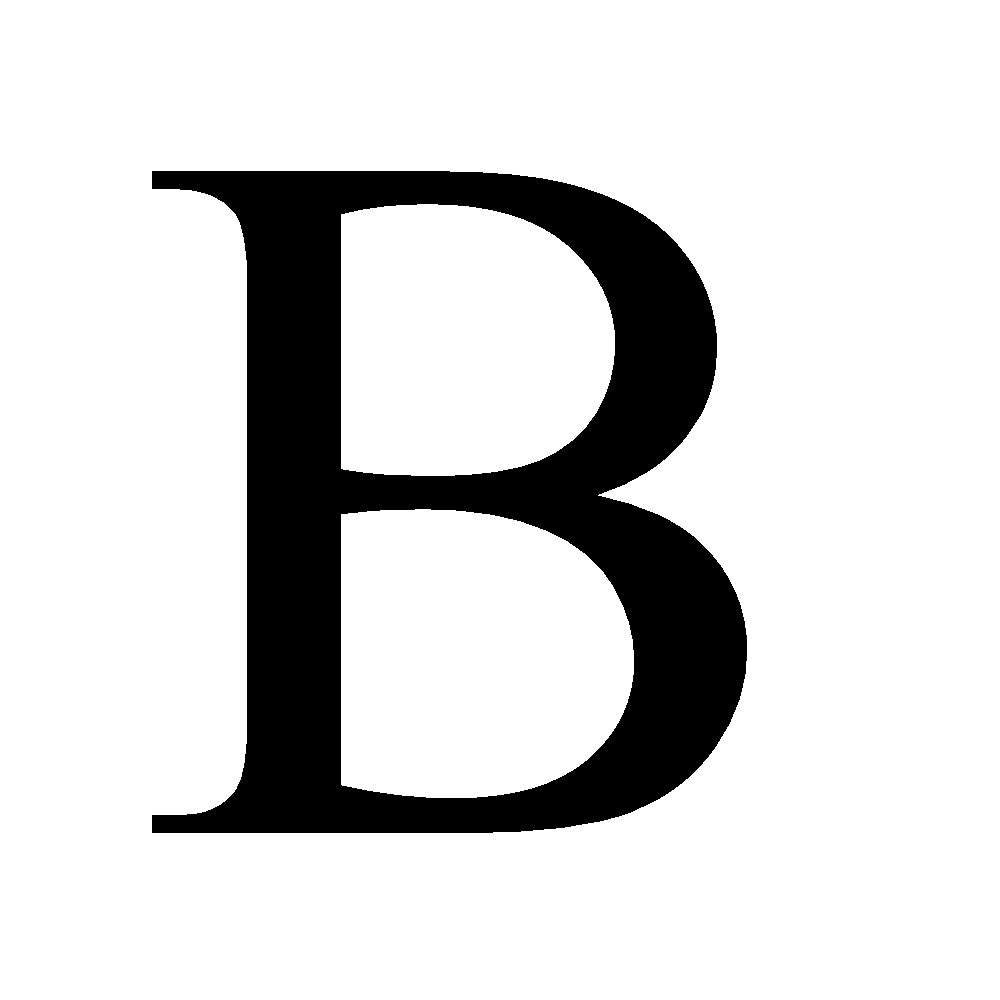
,

то двойственная задача линейного программирования может быть сформулирована следующим образом:

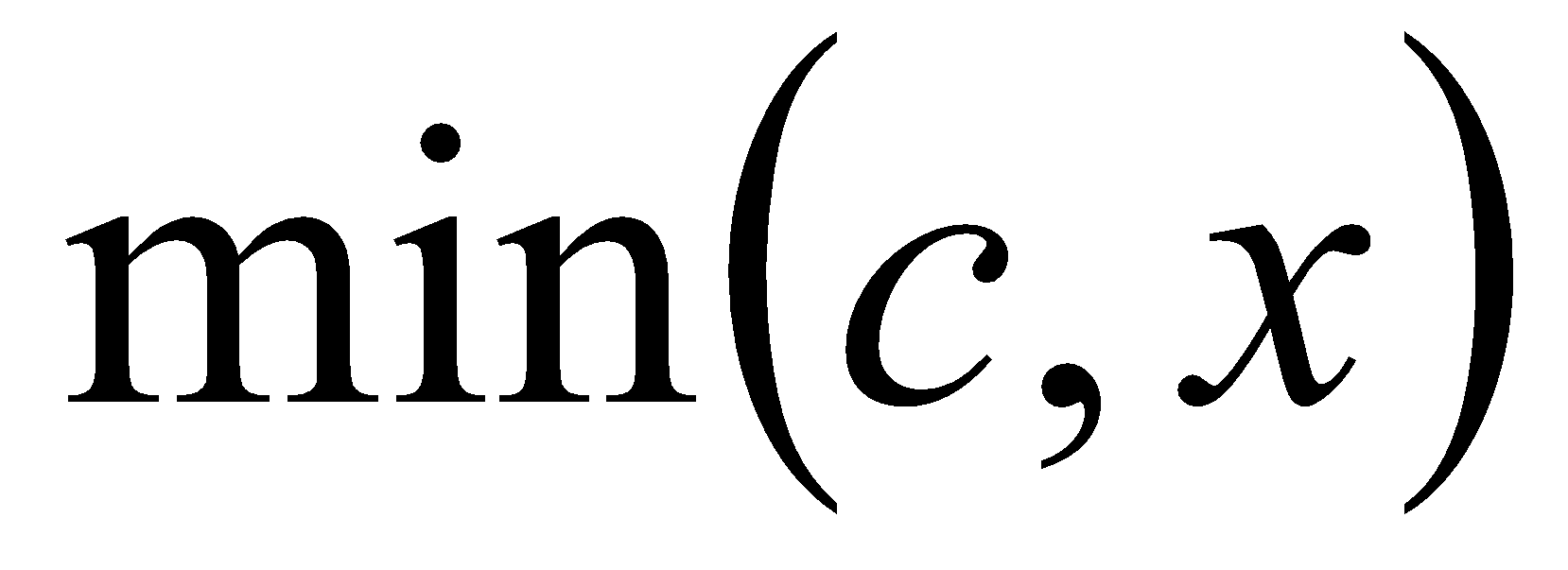
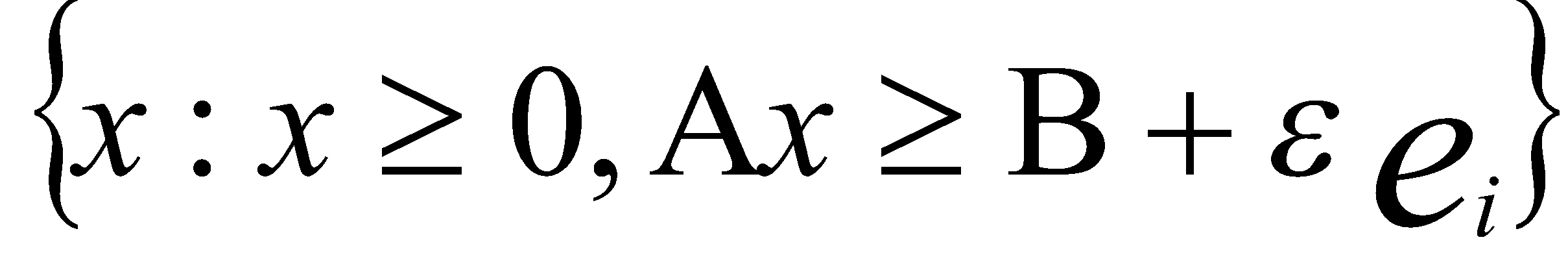
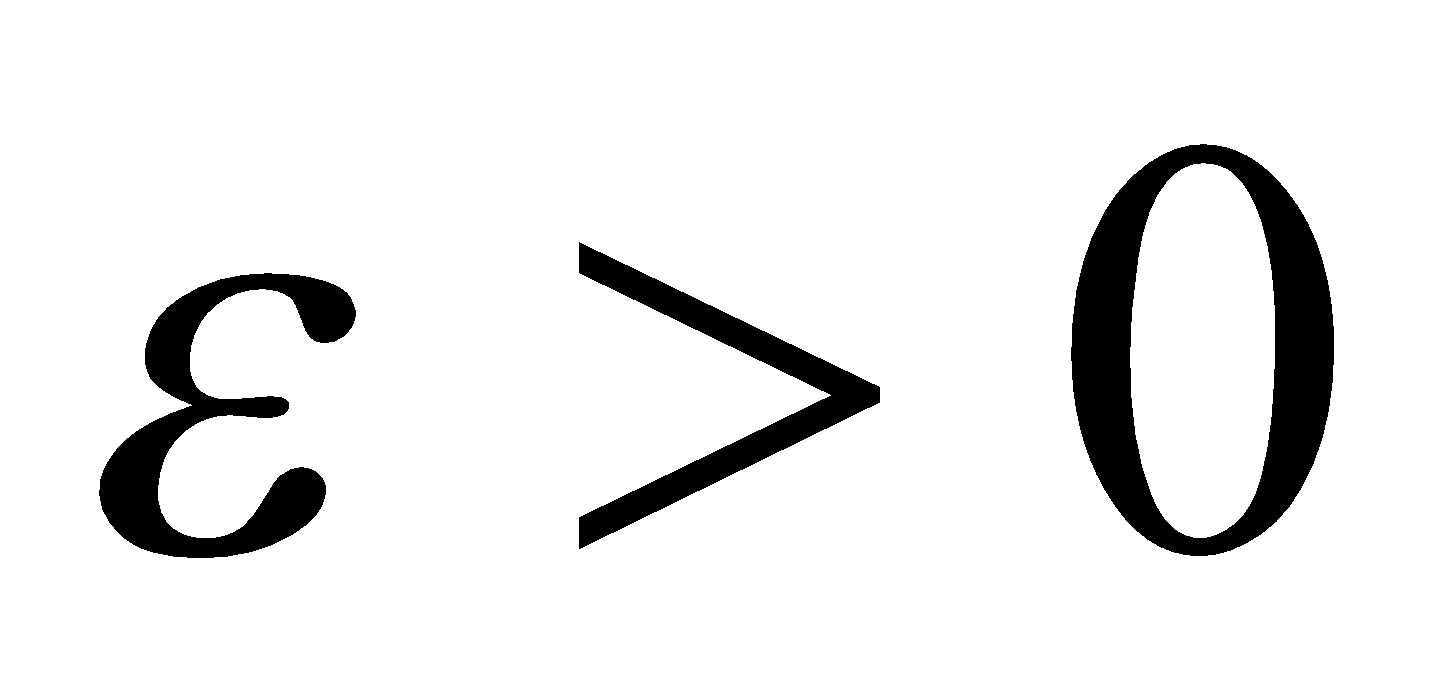
найти максимум функции  на множестве

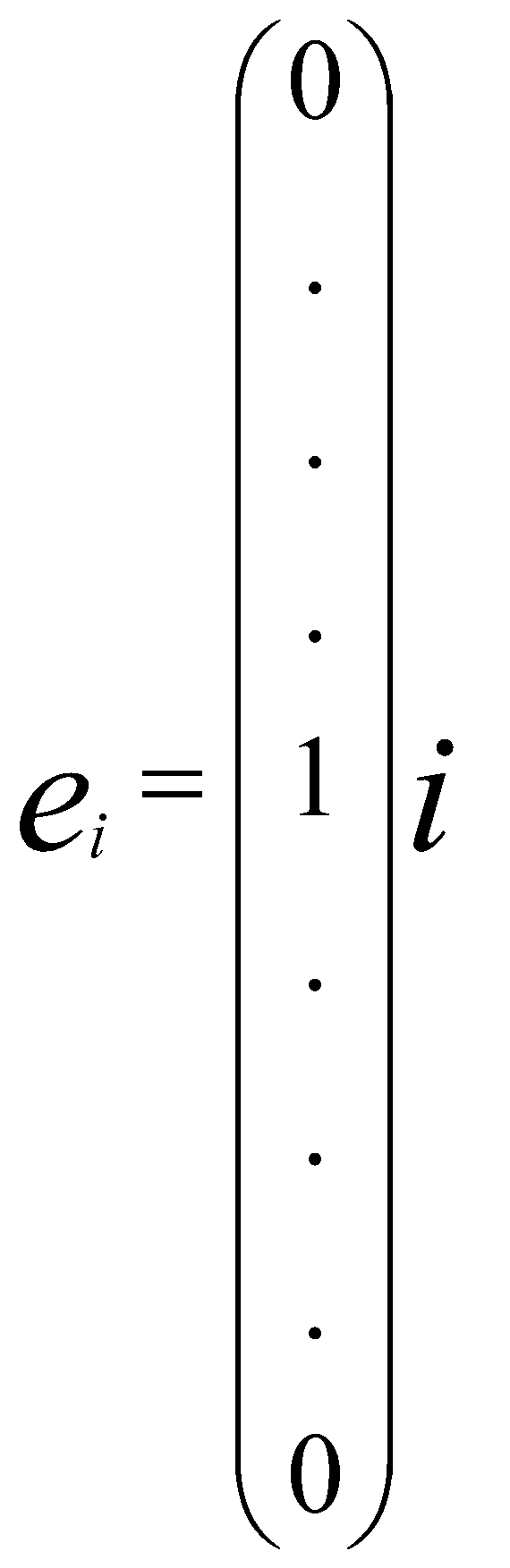
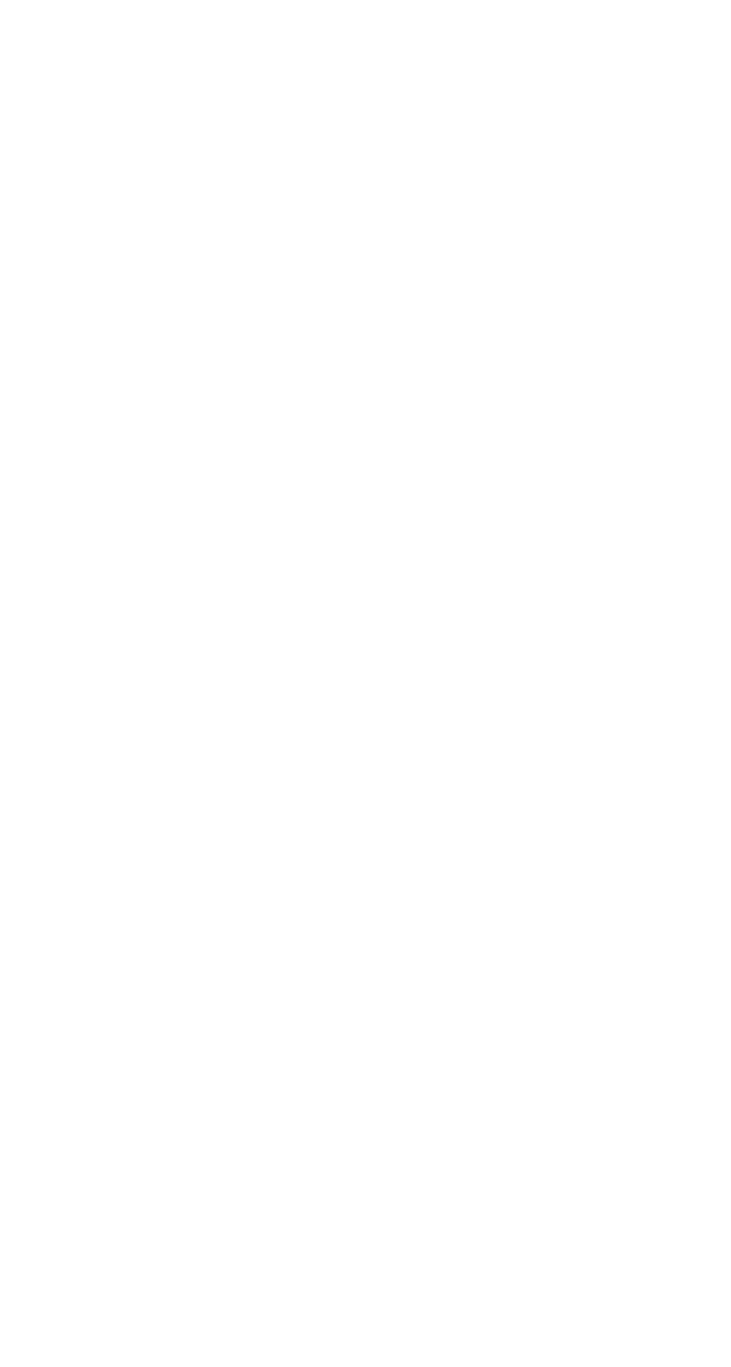


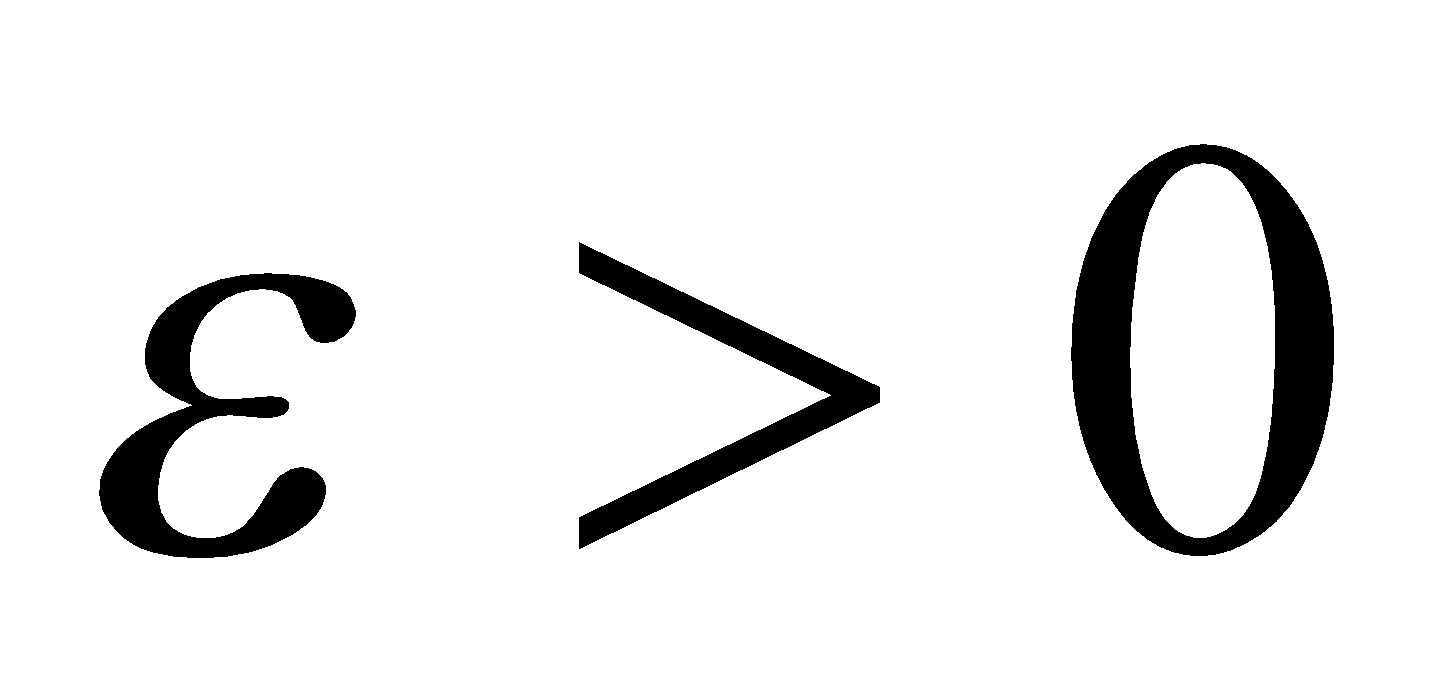
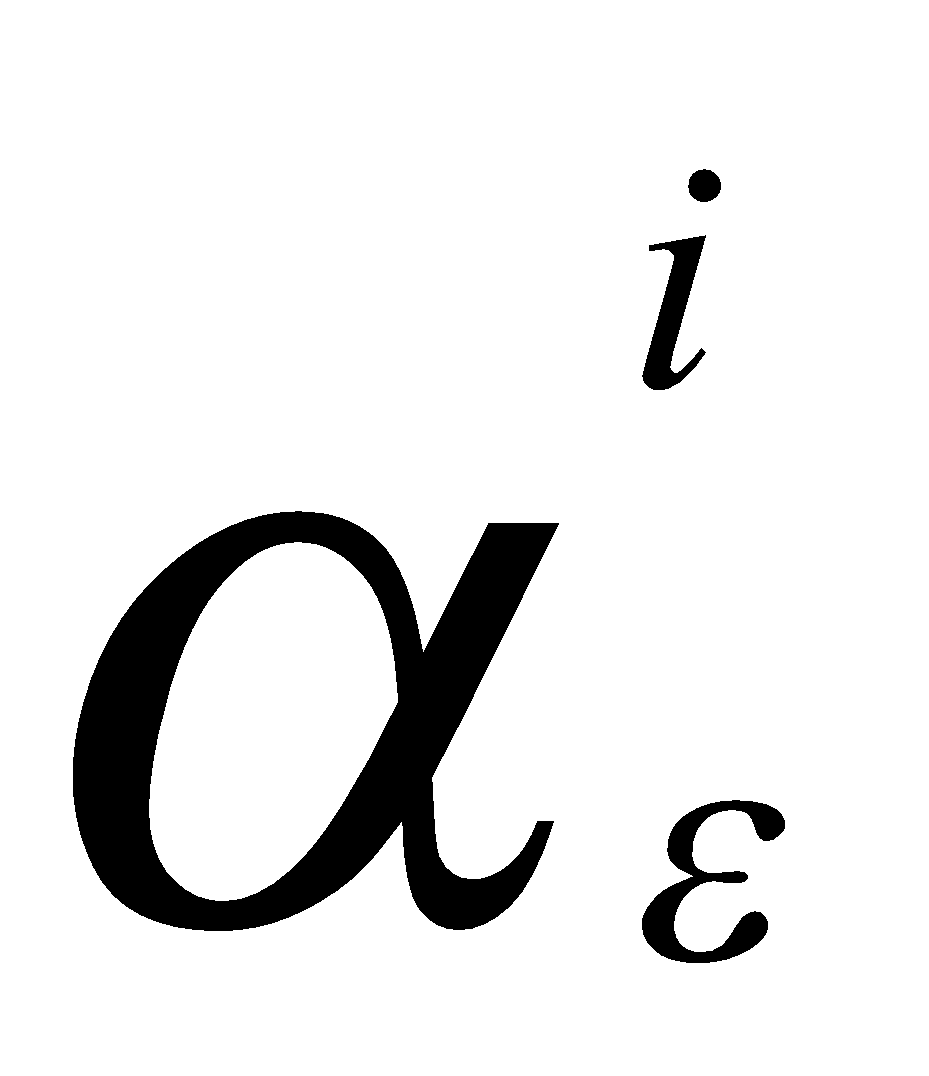
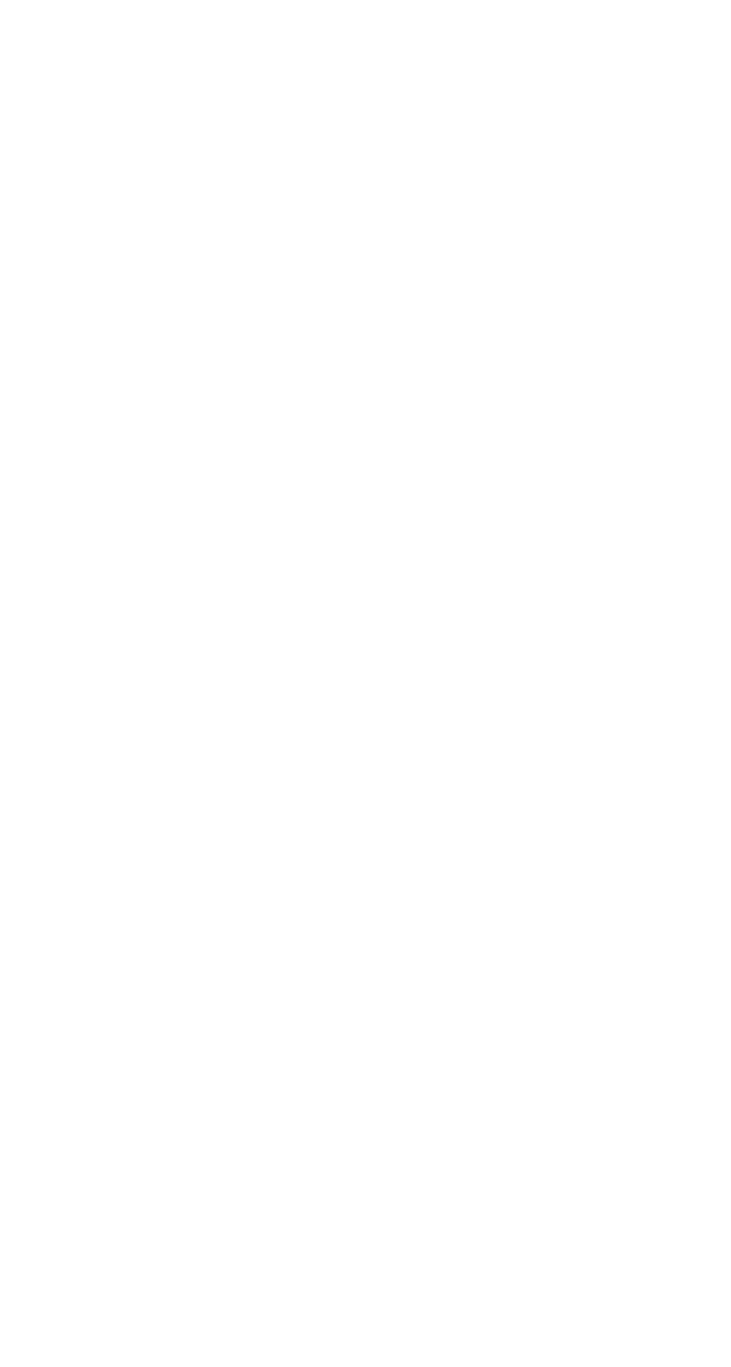
где - матрица, транспонированная к . Двойственная к двойственной задаче есть исходная задача.

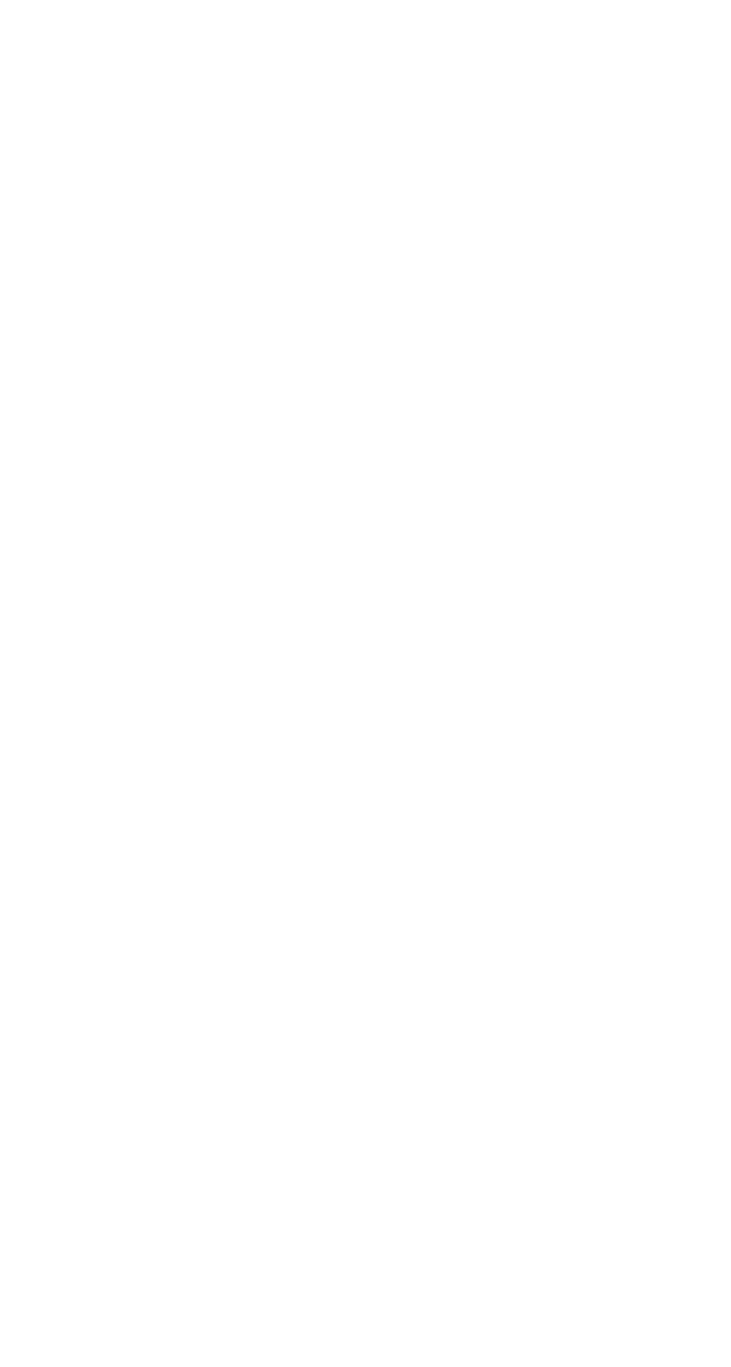
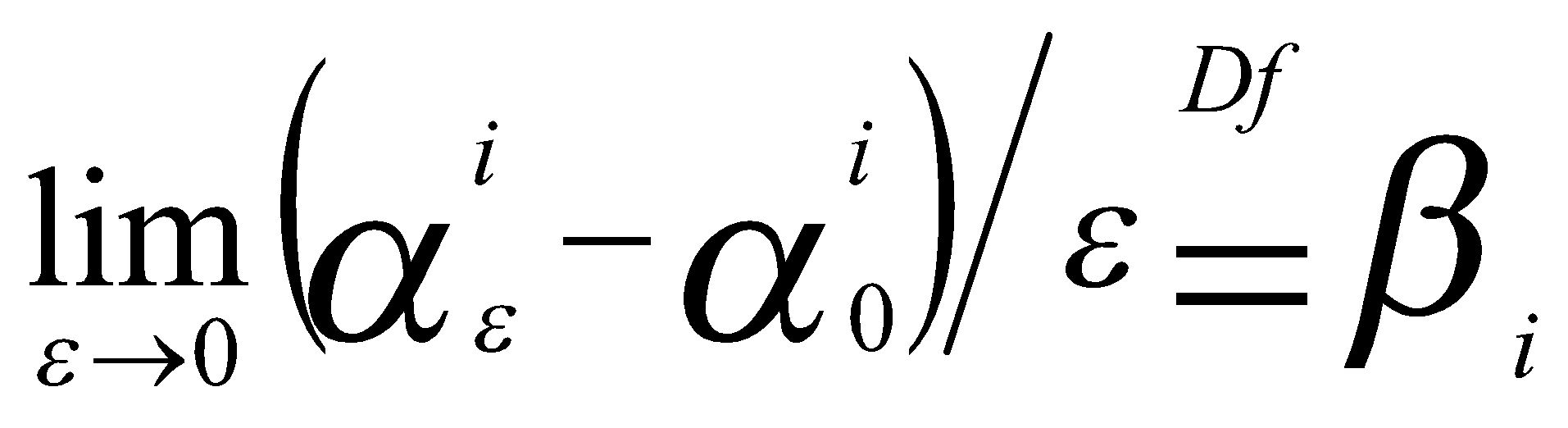
Известно, что если существует решение исходной задачи, то существует решение и двойственной задачи, причем значения экстремумов совпадают. При этом координаты экстремальной точки для двойственной задачи являются коэффициентами чувствительности результата в исходной задаче по коэффициентам вектора .

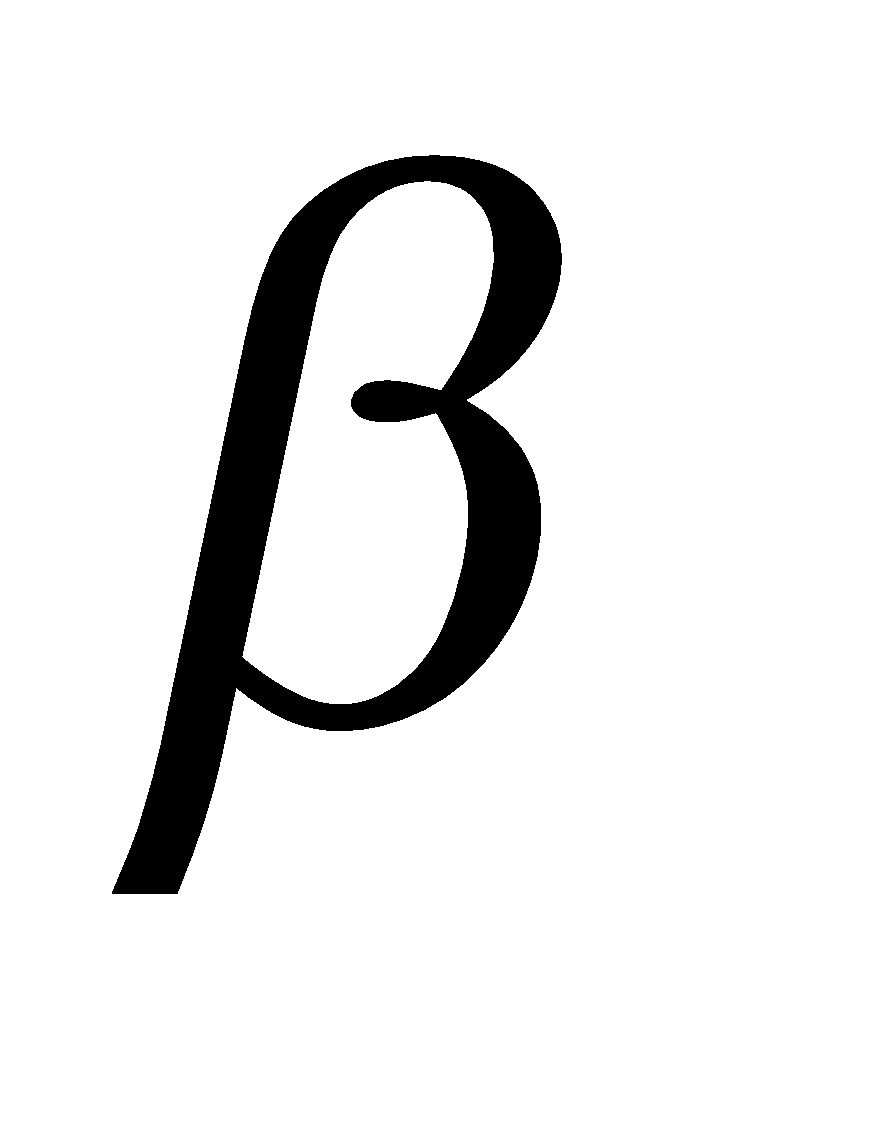
Рассмотрим видоизмененную исходную задачу:

Найти  на множестве  , где  ,

Если исходная задача имеет единственное решение, то при малых  и видоизмененная задача имеет решение; причем если -значение минимума, то существует 

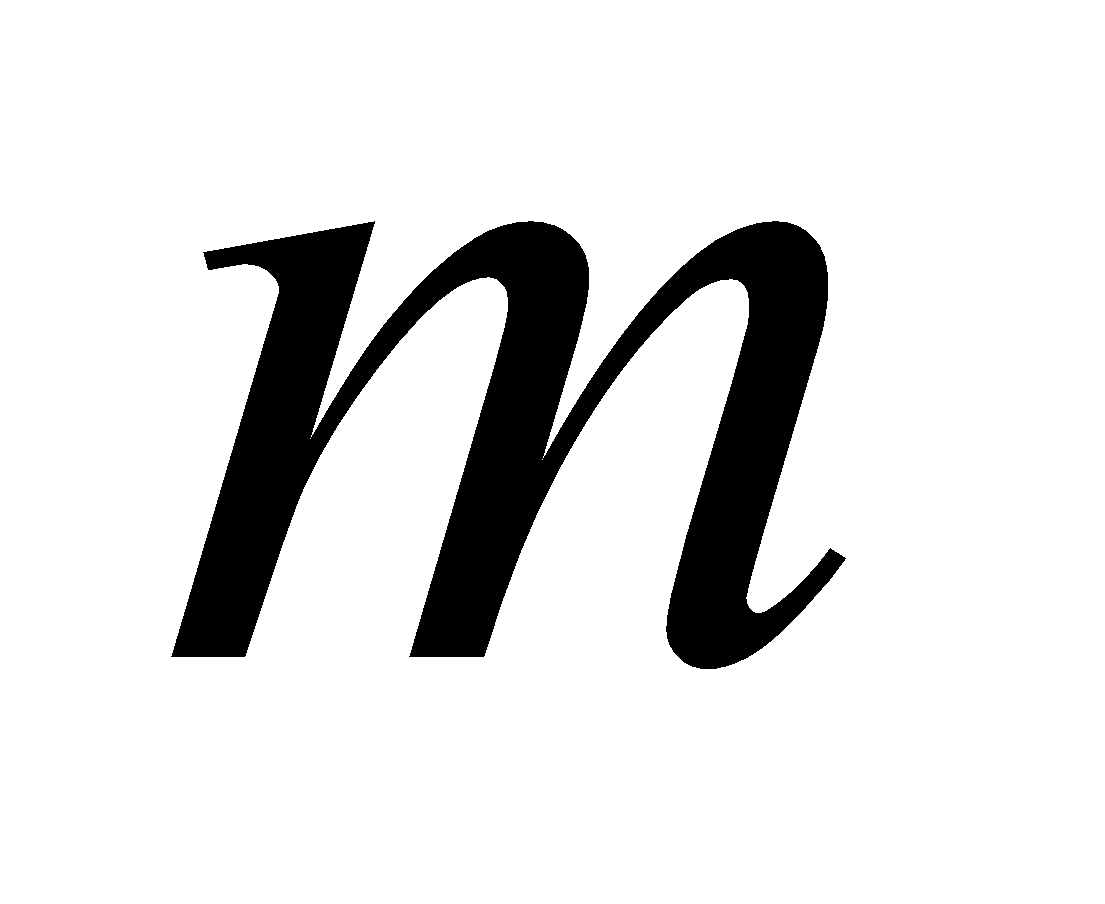
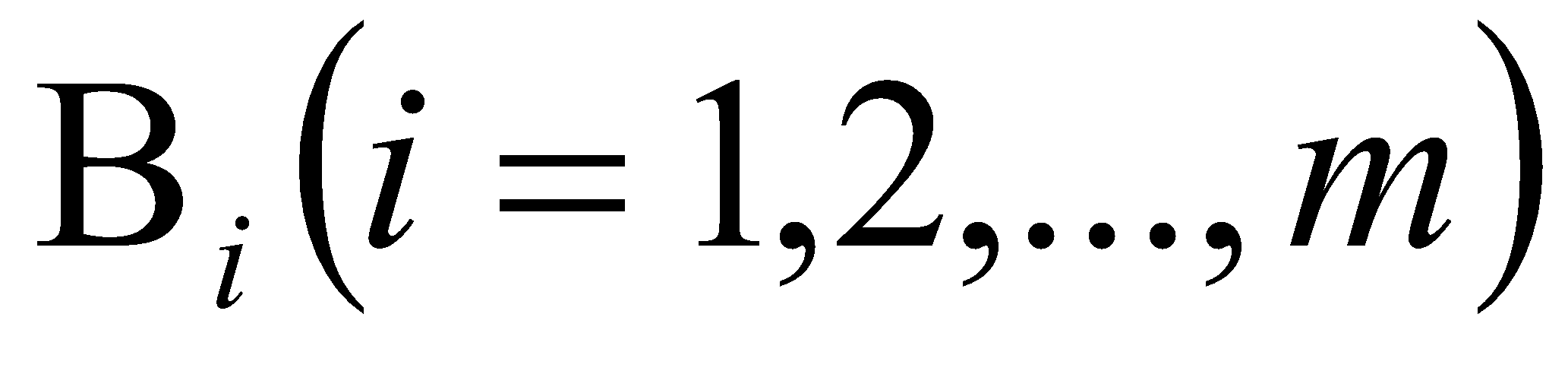


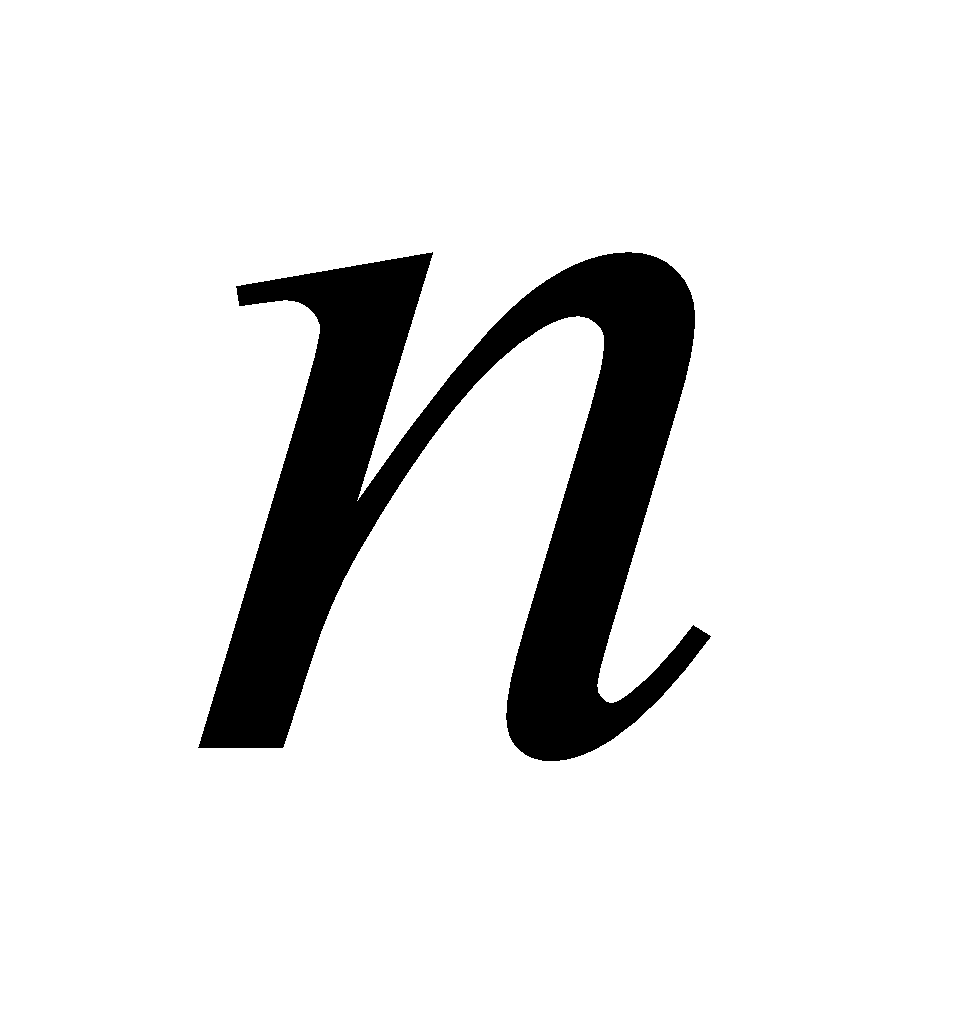
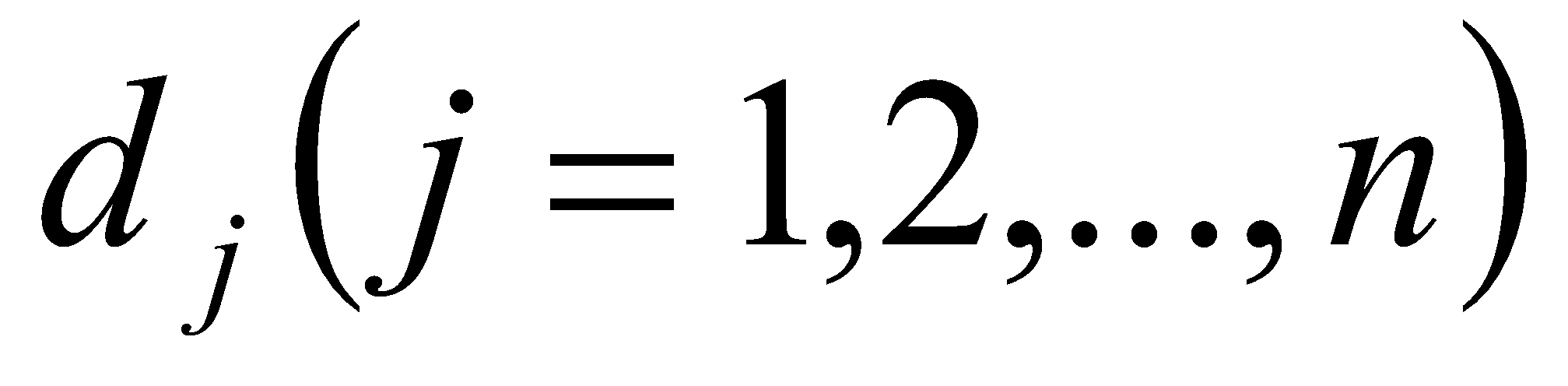
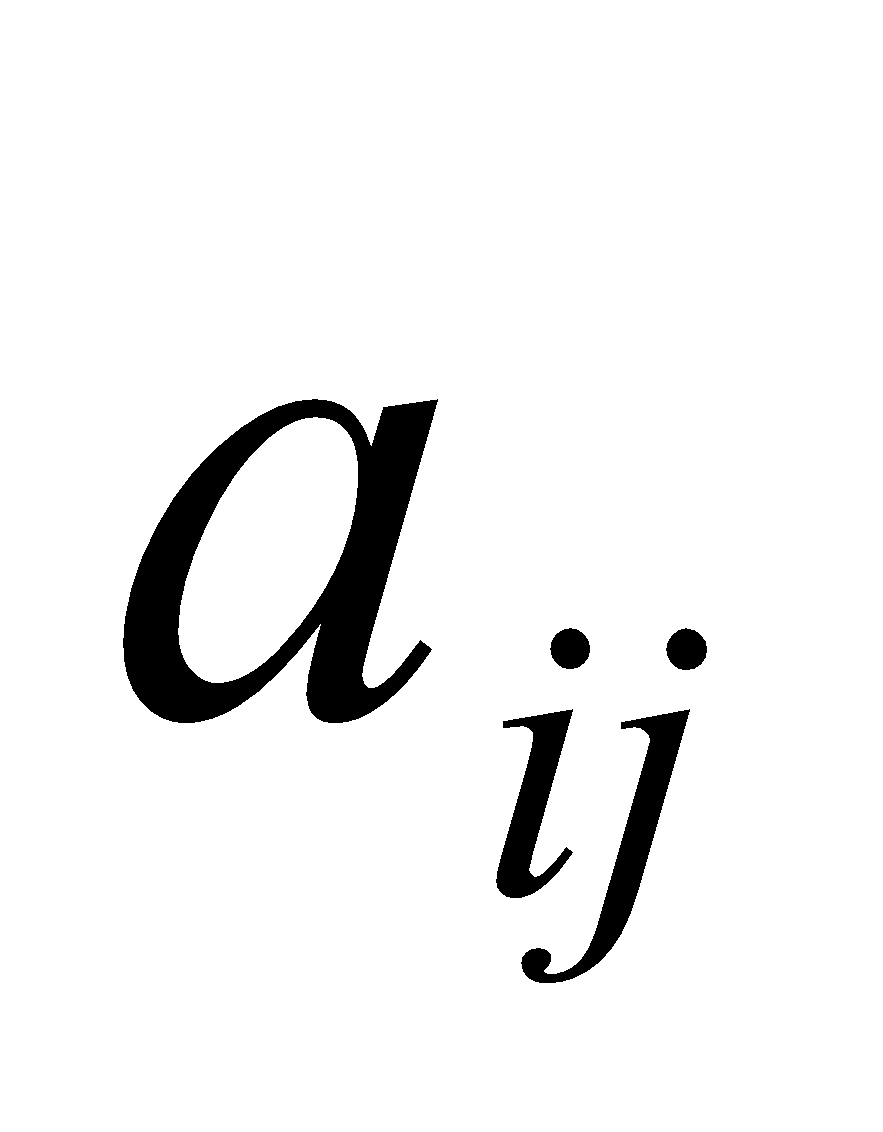
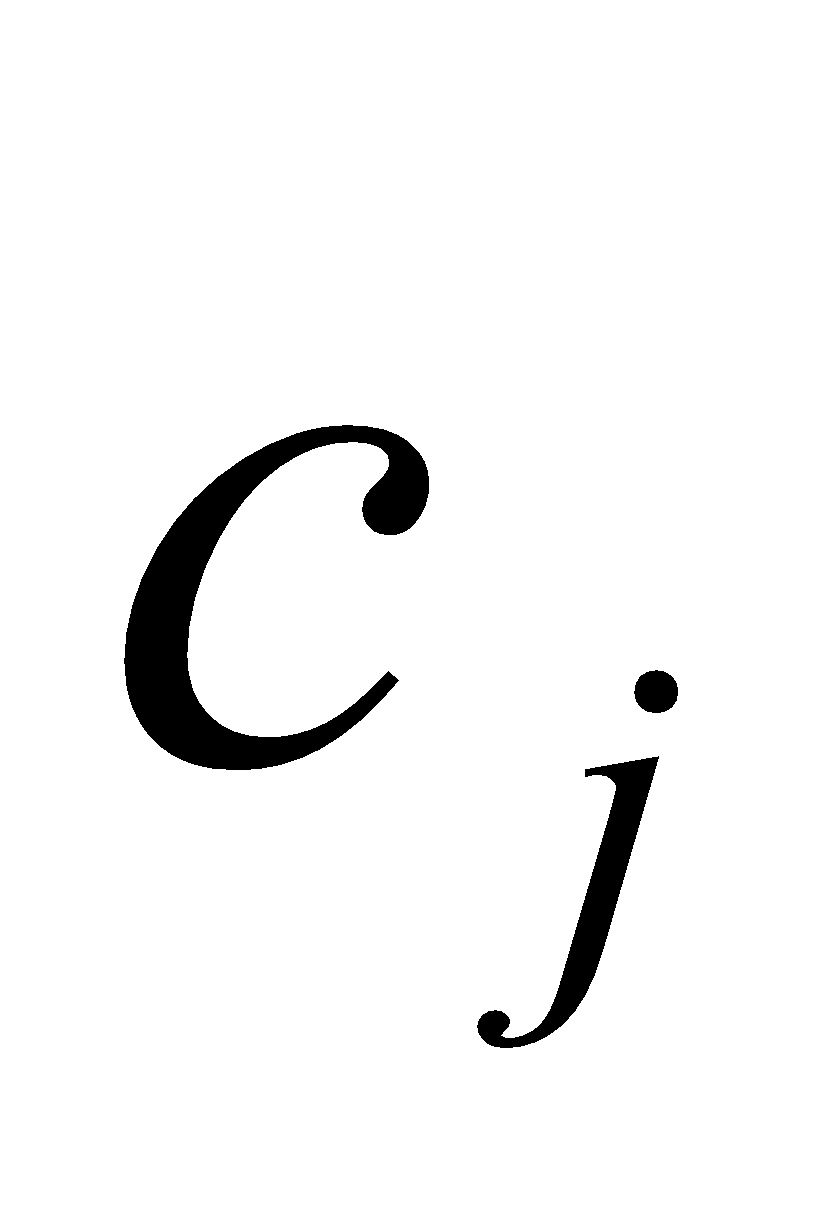
Оказывается, что есть i-я координата оптимальной точки для двойственной задачи.

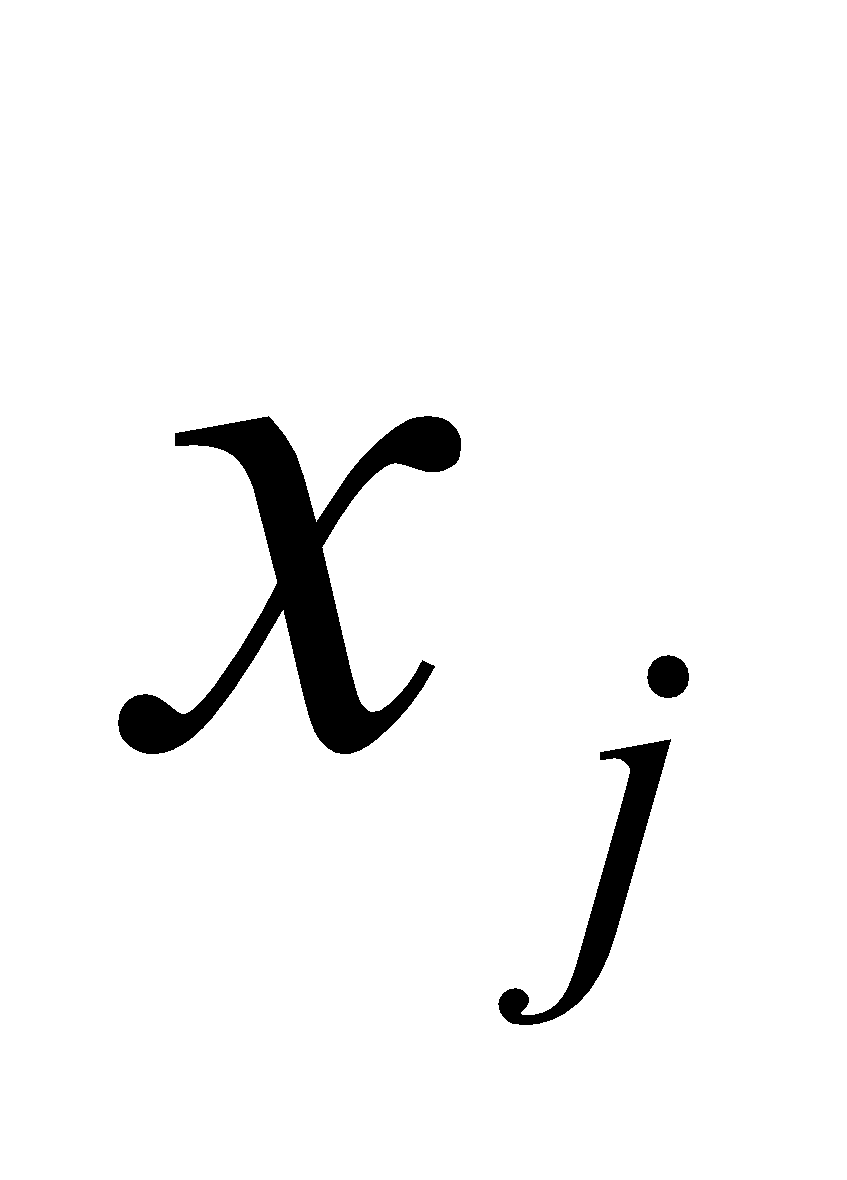
Для проведения лабораторной работы составлена программа, обеспечивающая решение задачи линейного программирования при задании с терминала исходных значений параметров.

**Формальная постановка задачи.**

Вариант 1.

Пусть для выращивания некоторой культуры применяется видов удобрений соответственно в количестве единиц.

Вся посевная площадь разбита на  почвенно-климатических зон, каждая по единиц. Пусть  - количество i-го удобрения, вносимого на единицу площади j–ой зоны, а – повышение средней урожайности, получаемой с единицы площади j – ой зоны. Составить такой план распределения удобрений между посевными зонами, который обеспечивал бы максимальный суммарный прирост урожайности.

Исходные данные для этой задачи сведены в табл. 3.1. Имеется 400 ц фосфорных, 300 ц азотных и 100 ц калийных удобрений. Требуется построить математическую модель этой задачи для симплекс-метода. Замечание: рекомендуется через обозначить площадь, которую необходимо удобрить в j – ой зоне.

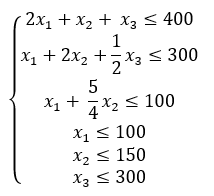
| **зоны** | **посевная площадь,**  **га** | ***Затраты удобрений на 1 га, ц*** | | | **прирост урожайности на 1 га, ц** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **фосфорные** | **азотные** | **калийные** |
| 1 | 100 | 2 | 1 | 1 | 12 |
| 2 | 150 | 1 | 2 | 5/ 4 | 14 |
| 3 | 200 | 1 | 1/ 2 | 0 | 10 |

**Построение исходной задачи.**

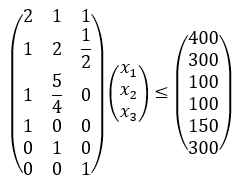
За xj возьмем площадь, которую необходимо удобрить в j-ой зоне.

Целевая функция имеет вид:

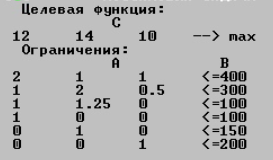
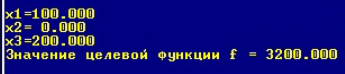
Система ограничений:



Система ограничений в матричном виде:



**Решение исходной задачи с помощью готовой программы.**



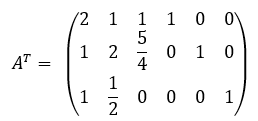
Функция принимает максимум на заданном множестве ограничений в точке: , значит максимальный прирост урожая достигается при посеве на 100 гектар в первой зоне и на 200 гектар в третьей зоне. Максимальное значение: .

**Построение двойственной задачи.**

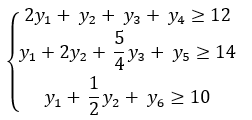
Двойственная задача будет представлять из себя задачу минимизации, так как изначальная была задачей максимизации.

Целевая функция двойственной задачи:

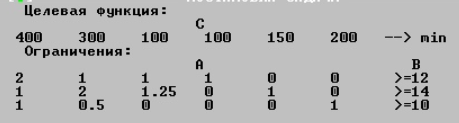
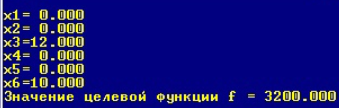
Транспонированная матрица :



Система ограничений:



**Решение двойственной задачи с помощью готовой программы.**



Функция принимает минимум на заданном множестве ограничений в точке: . Вектор показывает, что ограничения 3 и 6 имеют сильное влияние на результат оптимизации. Также небольшое изменение на приведет к изменению решения на 12 соответственно, а небольшие изменения не повлияют на решение.

Минимальное значение: .

**Коэффициенты чувствительности основной задачи по координатам правой части ограничений.**

Возьмем ε , т.к. программой не предусмотрено введение более 5 цифр .000

| *i* | *bi* | *bi +* |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 400 | 400.01 | 3200.000 | 0 |
| 2 | 300 | 300.01 | 3200.000 | 0 |
| 3 | 100 | 100.01 | 3200.107 | 10.7 |
| 4 | 100 | 100.01 | 3200.000 | 0 |
| 5 | 150 | 150.01 | 3200.000 | 0 |
| 6 | 200 | 200.01 | 3200.093 | 9.3 |

Вектор чувствительности = , что почти совпадает с координатами решения двойственной задачи

**Коэффициенты чувствительности основной задачи по коэффициентам целевой функции.**

Возьмем 3200.000

| *j* | *cj* | *cj +* |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 12 | 12.001 | 3200.100 | 100 |
| 2 | 14 | 14.001 | .000 | 0 |
| 3 | 10 | 10.001 | 3200.200 | 200 |

Вектор чувствительности = полностью совпадает с координатами решения основной задачи

**Вывод.**

В ходе лабораторной работы была решена задача линейного программирования и ее обратная задача выпуклого программирования, решения исходной и обратной задачи совпали. Были рассчитаны коэффициенты чувствительности, которые почти полностью совпали с решением задачи, отличие, вероятно, объясняется тем, что была взята слишком большая , из-за чего какое-то из ограничений стало активным при увеличении .